

Berufsmaturitätsschulen

Kanton Bern

Aufnahmeprüfung BM1 und BM2 2023

Lösungen Mathematik

Name _____ Vorname _____

Kand.-Nr. _____ Prüfende Schule _____

BM 1 Typ _____ BM 2 Typ _____

Datum Samstag, 11. März 2023

Zeit 75 Minuten

Hilfsmittel Schreibzeug, Geodreieck, Lineal, Zirkel,
Taschenrechner ohne CAS, ohne Solver-Funktion, nicht grafikfähig

Bemerkungen Die Aufgaben sind unter Angabe aller Berechnungen und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen. Schreiben Sie die Ergebnisse in die jeweiligen Kästchen. Achten Sie auf eine saubere Darstellung. Die Seiten 14-16 stehen Ihnen bei Platzmangel zusätzlich zur Verfügung.

Aufgaben	Richtzeit	Bemerkungen	Maximale Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1	12 min		6	
2	12 min		6	
3	12 min		6	
4	12 min		6	
5	12 min		6	
6	12 min		6	
		Total	36	

Punkte	0-1.5	2-4.5	5-7.5	8-11	11.5-14	14.5-17.5	18-20.5	21-23.5	24-27	27.5-30	30.5-36
Note	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6

Expert*innen _____

Note

--

Aufgabe 1

1 Punkt pro Teilaufgabe

- 1a) Schreiben Sie das Resultat als gewöhnlichen und vollständig gekürzten Bruch.
Ein schrittweiser Lösungsweg muss ersichtlich sein.

Lösungsweg	Resultat
$\frac{2}{27} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{2}{27} + \frac{5}{27} = \frac{2+5}{27} = \frac{7}{27}$	$\frac{7}{27}$
$\frac{7}{12} - \frac{1}{8} = \frac{14}{24} - \frac{3}{24} = \frac{11}{24}$	$\frac{11}{24}$

Pro korrekten Lösungsweg: **0.5 P**Korrekte Resultate ohne Lösungswege: **0 P**

- 1b) Lösen Sie die Klammern auf und vereinfachen Sie so weit als möglich.

$$8y - (2y - 3(y - 1)) = 8y - 2y + 3y - 3 = \underline{\underline{9y - 3}}$$

Korrektes Auflösen der Klammern: **0.5 P**Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1b)

$$9y - 3$$

- 1c) Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie so weit als möglich.

$$(4w - 3)(2 + 3w) = 8w + 12w^2 - 6 - 9w = \underline{\underline{12w^2 - w - 6}}$$

Korrektes Ausmultiplizieren: **0.5 P**Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1c)

$$12w^2 - w - 6$$

1d) Zerlegen Sie in ein Produkt.

$$m^2 + 18m - 40 = \underline{\underline{(m - 2)(m + 20)}}$$

Korrekter Zweiklammeransatz $(m - \dots)(m + \dots)$: **0.5 P**

Korrekte Zerlegung: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1d)

$$(m - 2)(m + 20)$$

1e) Kürzen Sie vollständig.

$$\frac{3ab}{27a^2 - 3a} = \frac{3ab}{3a(9a - 1)} = \frac{b}{\underline{\underline{9a - 1}}}$$

Korrektes Zerlegen des Nenners: **0.5 P**

Korrektes Kürzen: **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Bemerkung: Für direktes Kürzen (ohne Zerlegung des Nenners) ist für das korrekte Ergebnis ebenfalls ein ganzer Punkt zu verteilen.

Lösung 1e)

$$\frac{b}{9a - 1}$$

1f) Lösen Sie die Gleichung nach x auf und bestimmen Sie die Lösungsmenge in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

$$12 + 13x = 5x + 7$$

$$8x = -5$$

$$x = -\frac{5}{8} = -0.625$$

$$\underline{\underline{L = \left\{-\frac{5}{8}\right\} = \{-0.625\}}}$$

Korrektes Umformen bis zur Gleichung $8x = -5$: **0.5 P**

Korrekte Lösung ($x = -\frac{5}{8} = -0.625$) oder korrekte Lösungsmenge: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1f)

$$L = \left\{-\frac{5}{8}\right\} = \{-0.625\}$$

Erreichte Punkte Aufgabe 1:

Aufgabe 2

1 Punkt pro Teilaufgabe

Bäuerin Keller hat in der untenstehenden Tabelle festgehalten, wie viel Milch ihre drei Milchkühe Camilla, Ottilia und Luzia in der letzten Woche gegeben haben. (Einheit: Liter)

In der untersten Zeile ist der gesamte Milchertrag pro Tag festgehalten. In der hintersten Spalte ist der Milchertrag der letzten sieben Tage für jede Kuh aufsummiert.

	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So	
Camilla	21	21	22	25	21	25	25	160
Ottilia	32	29	30	33	35	29	34	222
Luzia	21	21	22	25	25	23	21	158
	74	71	74	83	81	77	80	

2a) Schreiben Sie die passenden Werte in die grünen Zellen.

Wert der oberen, grünen Zelle: $222 - 32 - 29 - 30 - 33 - 35 - 34 = \underline{\underline{29}}$

Wert der unteren, grünen Zelle: $25 + 29 + 23 = \underline{\underline{77}}$

Korrekte Werte: je **0.5 P** (Folgefehler sind zu beachten!)

2b) Vervollständigen Sie die beiden folgenden Sätze, so dass je eine wahre Aussage entsteht. Geben Sie die gesuchten Werte als Dezimalzahlen mit einer Nachkommastelle an.

• Camilla hat am Montag Prozent ihres Wochenertrages gegeben.

• Ottilia hat in der letzten Woche Prozent mehr Milch gegeben als Luzia.

Camilla: $\frac{21}{160} \approx 0.131 = \underline{\underline{13.1\%}}$

Ottilia: $\frac{222-158}{158} = \frac{64}{158} \approx 0.405 = \underline{\underline{40.5\%}}$

Korrekte Werte: je **0.5 P**

2c) Wie viele Liter Milch hat eine Kuh durchschnittlich pro Tag in der letzten Woche auf dem Hof von Bäuerin Keller gegeben?

Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit einer Nachkommastelle an.

Gesuchter Durchschnitt (in Liter): $\frac{160+222+158}{3 \cdot 7} = \frac{540}{21} \approx \underline{\underline{25.7}}$

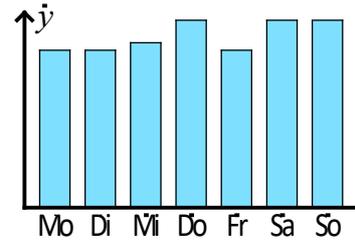
Korrekter Ansatz: **0.5 P**

Korrekter Durchschnitt: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2c)

25.7 Liter

2d) Bäuerin Keller hat von einer ihrer Milchkühe die Milcherträge der letzten Woche in einem Säulen-Diagramm dargestellt. Leider gingen sowohl die Säule für den Freitag als auch die Skala auf der y-Achse vergessen. Kreuzen Sie an, von welcher Kuh das Diagramm stammt und zeichnen Sie die fehlende Säule ins Diagramm ein.

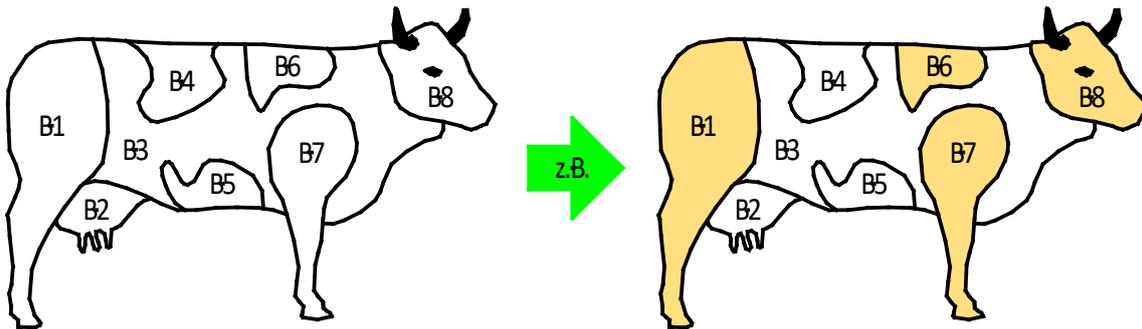


- Camilla
- Ottilia
- Luzia

Korrekte Kuh: **0.5 P**

Korrekte Säule (Höhe wie Mo- und Di-Säule): **0.5 P**

In einer Malvorlage für Kinder ist eine Kuh in die acht Bereiche B1 bis B8 eingeteilt:



2e) Wie viele verschiedene Kühe lassen sich malen, wenn jeder der Bereiche B1 bis B8 entweder weiss oder braun eingefärbt wird?

Gesuchte Anzahl Kühe: $2 \cdot 2 = 2^8 = \underline{\underline{256}}$

Korrekte Strategie: **0.5 P**

Korrekte Anzahl Kühe: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2e)

256 Kühe

2f) Wie viele verschiedene Kühe lassen sich malen, wenn jeder der Bereiche B1 bis B8 entweder weiss, braun oder rosa eingefärbt wird, wobei zwei aneinandergrenzende Bereiche nicht die gleiche Farbe haben dürfen. Hinweis: Das oben abgebildete Beispiel wäre nicht zulässig.

Die Bereiche werden der Reihe nach von B1 bis B8 angemalt.

Gesuchte Anzahl Kühe: $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 3 \cdot 2^6 = \underline{\underline{192}}$

Korrekte Strategie: **0.5 P**

Korrekte Anzahl Kühe: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2f)

192 Kühe

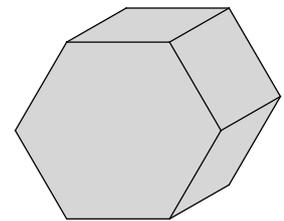
Erreichte Punkte Aufgabe 2:

--

Aufgabe 3

3a): 2 Punkte, 3b)-e): je 1 Punkt

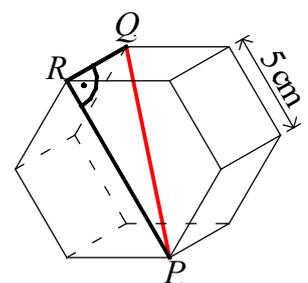
3a) Der abgebildete Körper zeigt ein sechsstufiges Prisma.
Die untenstehenden Netze bestehen aus Quadraten und
regelmässigen Sechsecken. Kreuzen Sie sämtliche Netze an, welche
sich zu einem sechsstufigen Prisma zusammenfalten lassen.



<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

8 korrekte Entscheide: **2 P**, 7 korrekte Entscheide: **1.5 P**
 6 korrekte Entscheide: **1 P**, 5 korrekte Entscheide: **0.5 P**
 4 oder weniger korrekte Entscheide: **0 P**

3b) Das abgebildete Prisma wird durch zwei regelmässige Sechsecke
und sechs Quadrate, deren Seitenlänge 5 cm misst, begrenzt.
Bestimmen Sie die Länge der roten Raumdiagonalen. Geben Sie
das Resultat als Dezimalzahl mit zwei Nachkommastellen an.



$$\overline{QR} = 5 \text{ cm}, \overline{PR} = 10 \text{ cm}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} \approx \underline{\underline{11.18 \text{ cm}}}$$

Korrekte Strategie (rechtwinkliges Dreieck): **0.5 P**
 Korrektes Länge der Raumdiagonalen: **1 P** (insgesamt)

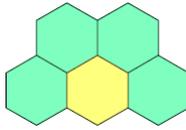
Lösung 3b)

11.18 cm

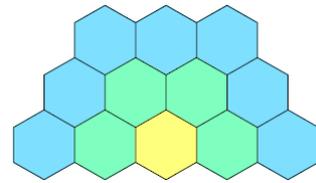
Stunde für Stunde werden sechseckige Bodenplatten gemäss den folgenden Skizzen verlegt:



nach Stunde 1



nach Stunde 2



nach Stunde 3

3c) Wie viele Bodenplatten werden in Stunde 4 **neu** verlegt?

Gesuchte Anzahl Bodenplatten: 10

Korrekte Anzahl Bodenplatten: **1 P**

Lösung 3c)

10 Bodenplatten

3d) Wie viele Bodenplatten werden in Stunde 14 **neu** verlegt?

Gesuchte Anzahl Bodenplatten: 40

Zielführende Strategie (korrektes Weiterführen der Zahlenfolge,...): **0.5 P**

Korrekte Anzahl Bodenplatten: **1 P** (insgesamt)

Lösung 3d)

40 Bodenplatten

3e) Wie viele Bodenplatten werden in Stunde x **neu** verlegt?

Gesuchter Term: $3x - 2$

Korrechter Term: **1 P**

Lösung 3e)

$3x - 2$ Bodenplatten

Erreichte Punkte Aufgabe 3:

Aufgabe 4

2 Punkte pro Teilaufgabe

Die Koordinaten der Eckpunkte des abgebildeten Vierecks sind gegeben:

$$A = (2|10)$$

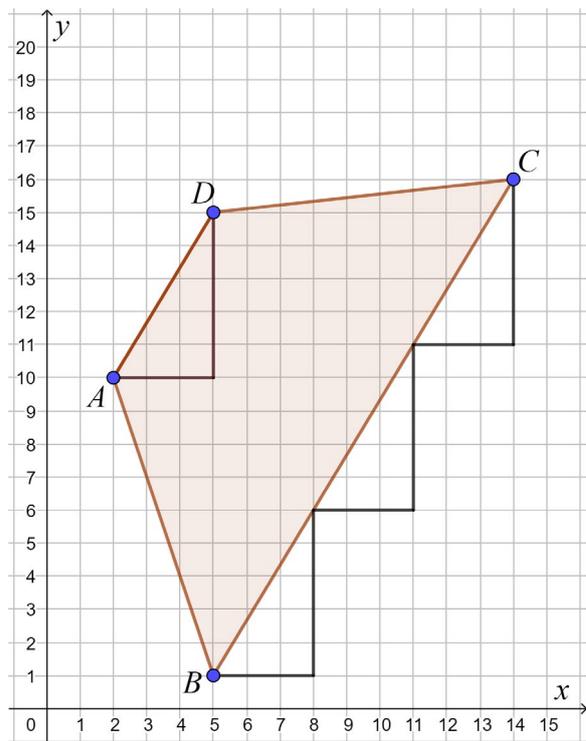
$$B = (5|1)$$

$$C = (14|16)$$

$$D = (5|15)$$

Zudem ist der Punkt $P = (-25|100)$ gegeben, welcher jedoch ausserhalb des abgebildeten Bereichs des Koordinatensystems liegt.

Häuschenlänge/-breite: 1 cm



- 4a) Die Punkte A und P werden am Punkt D gespiegelt. Bestimmen Sie die Koordinaten der Bildpunkte A' und P' .

Pro korrekter Koordinate: **0.5 P**

Lösung 4a)

$$A' = (8 | 20)$$

$$P' = (35 | -70)$$

- 4b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$.
Hinweis: Beachten Sie, dass die Punkte B und D die gleiche x -Koordinate haben.

Gesuchter Flächeninhalt (Einheit: cm^2):

$$A_{ABCD} = A_{ABD} + A_{BCD} = \frac{14 \cdot 3}{2} + \frac{14 \cdot 9}{2} = 21 + 63 = \underline{\underline{84}}$$

Korrekte Strategie (Summe von zwei Dreiecksflächen): **1 P**

Korrekte Dreiecksflächen: je **0.5 P**

Korrekte Vierecksfläche: **2 P** (insgesamt)

Lösung 4b)

84 cm^2

- 4c) Folgende Aussage ist wahr:

„Die Strecke \overline{BC} ist dreimal so lang wie die Strecke \overline{AD} .“

Begründen Sie geometrisch oder rechnerisch, wieso diese Aussage wahr ist.

Geometrische Begründung

Die vier eingezeichneten Steigungsdreiecke sind kongruent.

\overline{AD} ist die Hypotenuse eines Steigungsdreiecks.

\overline{BC} setzt sich aus drei Hypotenusen zusammen.

Variante: Wird das Steigungsdreieck mit der Hypotenuse \overline{AD} um den Faktor 3 gestreckt, entsteht ein Dreieck, welches kongruent zum Steigungsdreieck mit der Hypotenuse \overline{BC} ist.

Erkennen eines Steigungsdreiecks: **0.5 P**

Einzeichnen mehrerer Steigungsdreiecke: **1 P** (insgesamt)

Korrekte Begründung via Steigungsdreiecken: **2 P** (insgesamt)

Rechnerische Begründung

Berechnung der Streckenlängen (Einheit: cm)

$$\overline{AD} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} \approx 5.831$$

$$\overline{BC} = \sqrt{9^2 + 15^2} = \sqrt{306} \approx 17.493$$

Korrekte Streckenlängen: je **1 P**

Erreichte Punkte Aufgabe 4:

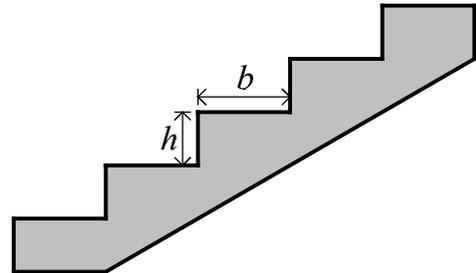
Aufgabe 5

5a)b): je 1 Punkt, 5c)d): je 2 Punkte

Manche Architekten planen Treppen nach der folgenden Formel (Einheit: cm):

$$2h + b = 61$$

h heisst Stufenhöhe,
 b heisst Auftrittsbreite.



5a) Vervollständigen Sie den folgenden Satz, so dass eine wahre Aussage entsteht.

Wenn die Auftrittsbreite b um 1 cm zunimmt, so nimmtdie Stufenhöhe h um cm (zu oder ab).Korrekte Einträge: je **0.5 P**5b) Stellen Sie die Formel nach h um.

$$2h + b = 61$$

$$2h = 61 - b$$

$$h = \frac{61-b}{2} = 30.5 - 0.5b$$

Korrekte Schritte: je **0.5 P**Korrektes Auflösen: **1 P** (insgesamt)**Lösung 5b)**

$$h = \frac{61 - b}{2} = 30.5 - 0.5b$$

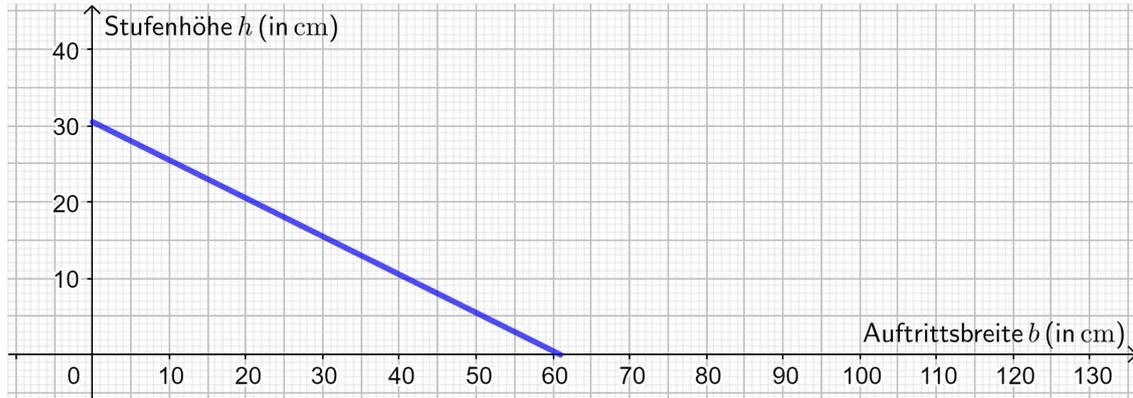
5c) Der Zusammenhang $2h + b = 61$ soll im Koordinatensystem oben auf Seite 11 dargestellt werden. Berechnen Sie erst je drei realistische Werte für b und h in der Wertetabelle und zeichnen Sie das Diagramm auf der nächsten Seite. Verbinden Sie die Punkte mit dem Lineal oder dem Geodreieck.

Wertetabelle:

Auftrittsbreite b			
Stufenhöhe h			

1 bis 2 korrekte Wertepaare: **0.5 P**, 3 korrekte Wertepaare: **1 P**

Diagramm:



1 bis 2 korrekt Punkte: **0.5 P**, 3 korrekte Punkte (inkl. Strecke mit Lineal): **1 P**

- 5d) Eine Rolltreppe zur Bahnhofshalle hat 40 sichtbare Stufen. Es dauert 16 Sekunden, bis eine Stufe von ganz unten nach ganz oben gewandert ist. Brigitte macht sich den Spass, die laufende Rolltreppe verkehrt herum von oben nach unten zu benutzen. Sie schafft in der Sekunde 4 Stufen. Wie lange dauert es, bis sie unten ankommt?
Geben Sie das Resultat (Einheit: Sekunden) als Dezimalzahl mit einer Nachkommastelle an.

Ansätze zu den beiden Geschwindigkeiten:

$$v_{\text{Rolltreppe}} = \frac{40 \text{ Stufen}}{16 \text{ s}} = 2.5 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}}$$

$$v_{\text{Brigitte}} = 4 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}}$$

Resultierende Geschwindigkeit:

$$v = v_{\text{Brigitte}} - v_{\text{Rolltreppe}} = 4 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}} - 2.5 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}} = 1.5 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}}$$

Gesuchte Zeit:

$$t = \frac{40 \text{ Stufen}}{1.5 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}}} = \frac{80}{3} \text{ s} \approx \underline{\underline{26.7 \text{ s}}}$$

Korrekte Geschwindigkeit $v_{\text{Rolltreppe}}$: **0.5 P**

Korrekte Geschwindigkeit $v = v_{\text{Brigitte}} - v_{\text{Rolltreppe}}$: **1 P** (insgesamt)

Korrektter Ansatz für die Zeit: **0.5 P**

Korrekte Zeit: **2 P** (insgesamt)

Bemerkung: Gut dargestellte Strategien, mit welchen sich ein Näherungswert für die gesuchte Zeit finden lässt, sollen mit **1 P** bewertet werden.

Lösung 5d)

26.7 Sekunden

Erreichte Punkte Aufgabe 5:

Aufgabe 6

6a)b): je 2 Punkte, 6c)d): je 1 Punkt

Ein Camembert-Käse wird betrachtet:



6a) Die Grössen von verschiedenen Merkmalen eines Camembert-Käses sind gegeben.

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um.

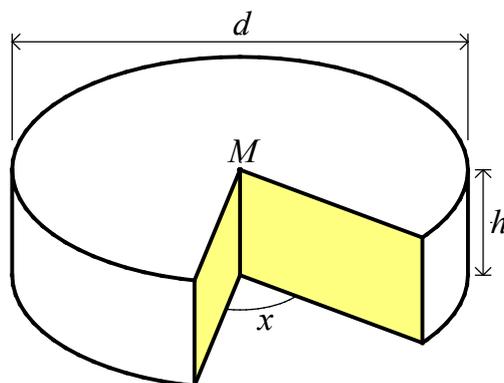
Merkmal	Grösse	Umwandlung
Radius eines Käses	0.056 m	5.6 cm
Verpackungsoberfläche	348 cm ²	3.48 dm ²

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um und geben Sie das Resultat in der anderen Schreibweise an.

Merkmal	Dezimalzahl	Wissenschaftliche Schreibweise
Masse einer Packung	125 g	$1.25 \cdot 10^{-1}$ kg
Energiegehalt	$12 \frac{\text{Joule}}{\text{g}}$	$1.2 \cdot 10^4 \frac{\text{Joule}}{\text{kg}}$

Pro korrektes Resultat: **0.5 P**

Der betrachtete Camembert-Käse ist ein gerader Zylinder mit dem Durchmesser $d = 11.2$ cm und der Höhe $h = 3.2$ cm. Um vom Camembert zu kosten, wird zum Mittelpunkt M hin ein Stück so herausgeschnitten, dass die beiden gelben Schnittflächen je die Form eines Rechtecks haben und den Winkel x einschliessen.



- 6b) Zwei verschiedene Käsestücke werden abgeschnitten. Beim ersten Stück beträgt der Winkel x 90° , beim zweiten Stück 77° . Bestimmen Sie von beiden Käsestücken je das Volumen. Geben Sie die Resultate als Dezimalzahlen mit einer Nachkommastelle an.

Gesamtvolumen (in cm^3): $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = \pi \cdot 5.6^2 \cdot 3.2 \approx 315.3$

Volumen des ersten Käsestücks (in cm^3): $V_1 = \frac{V}{4} \approx \underline{\underline{78.8}}$

Volumen des zweiten Käsestücks (in cm^3): $V_2 = V \cdot \frac{77}{360} \approx \underline{\underline{67.4}}$

Korrektes Gesamtvolumen: **1 P**

Korrekte Volumen der Käsestücke: je **0.5 P**

Zwei korrekte Käsestückvolumen: **2 P** (insgesamt)

(Ein korrektes und ein falsches Käsestückvolumen: **1.5 P**)

	Winkel x	Volumen
Erstes Käsestück	90°	78.8 cm^3
Zweites Käsestück	77°	67.4 cm^3

- 6c) Die Höhe eines Camembert-Käses wird verfünffacht. Der Durchmesser bleibt unverändert. Um welchen Faktor wird das Gesamtvolumen des Camembert-Käses vervielfacht?

Gesuchter Faktor: 5

Korrekter Faktor: **1 P**

Lösung 6c)

5

- 6d) Der Durchmesser eines Camembert-Käses wird verdreifacht. Die Höhe bleibt unverändert. Um welchen Faktor wird das Gesamtvolumen des Camembert-Käses vervielfacht?

Gesuchter Faktor: 9

Korrekter Faktor: **1 P**

Lösung 6d)

9

Erreichte Punkte Aufgabe 6:

